



Évaluation des produits dérivés post-crise de crédit

**Hassan Ait El Trach
D.P. Outils d'Analyse des Risques
Banque Nationale Groupe Financier**

Journée conférence annuelle du LABIFUL

Université Laval, Québec

1 Mars 2013



Introduction

- La crise financière amorcée au second semestre de 2007 a déclenché une évolution profonde du cadre d'évaluation des produits dérivés.
- Les problèmes de crédit et de liquidité se sont avérés importants et ont des impacts macroscopiques sur les instruments financiers, à la fois plain vanilla et exotiques.
- Explosion des écarts de crédit entre les taux de dépôt basés sur le LIBOR et les taux un jour ainsi qu'entre les taux swaps de différents ténors.
- Aujourd'hui, la plupart des swaps réglés par le biais d'une chambre de compensation sont soumis à la norme CSA exigeant des appels de marge quotidiens basés sur le MTM du swap.
- Conséquences:
 - ◆ Le cadre standard d'évaluation des produits dérivés basé l'absence d'arbitrage est devenue inadéquat.
 - ◆ Relations classiques décrites dans les manuels standards et utilisées depuis des décennies ont dû être ajustées pour refléter cette nouvelle réalité
 - ◆ Les acteurs du marché ont commencé à revoir leurs systèmes / modèles d'évaluation et gestion du risque des produits dérivés.

Plan

1. Introduction
2. Le marché à travers la crise de crédit
 - ◆ Retour à la base: Taux LIBOR et CDOR
 - ◆ Faits saillants et revue des données de marché
 - ◆ Risque de contrepartie et collatérale
 - ◆ Changement de la courbe de taux sans risque: de LIBOR à OIS
3. Changement dans le cadre d'évaluation des produits dérivés
 - ◆ Approche d'évaluation avant la crise
 - ◆ Approche d'évaluation après la crise (Transactions garanties)
 - ◆ Approche d'évaluation après la crise (Transactions non garanties)
4. Conclusion
5. Références sélectionnées

2. Le marché à travers la crise de crédit

Retour à la base: Taux LIBOR et CDOR [1]

Définition et mécanisme du taux LIBOR

- LIBOR: « London Interbank Offered Rate »
 - ♦ Publié pour la première fois en 1986
 - ♦ parrainé par l'Association des Banquiers Britanniques (BBA)
 - ♦ Taux référence utilisé dans les standards de l'ISDA (International Swaps and Derivatives Association) pour les transactions de gré-à-gré

- Mécanisme de fixation du cours
 - ♦ Chaque matin à 11h, chacune des principales banques mondiales annonce le taux auquel elle peut emprunter, sans garantie, auprès des autres banques. Un taux moyen, en supprimant les 25% de réponses extrêmes, est calculé en fonction des annonces de chaque banque.
 - ♦ Le taux que chaque banque soumet doit être formé à partir de la perception de cette banque de son coût de financement sur le marché interbancaire;

2. Le marché à travers la crise de crédit

Retour à la base: Taux LIBOR et CDOR [2]

LIBOR questionné durant la crise

- **Mar.2008:** la Banque des Règlements Internationaux indique que les données disponibles ne soutiennent pas l'hypothèse que les banques contributrices ont manipulé leurs cotes pour tirer profit du mécanisme de fixation
- **Avril 2008:** L'Association des Banquiers Britanniques a commenté que le LIBOR continue d'être fiable, et que d'autres proxies ne le sont pas nécessairement plus que le taux LIBOR en temps de crise financière.
- **Mai 2008:** le Wall Street Journal rapporte que certaines banques ont affiché des coûts d'emprunt beaucoup plus bas pour le LIBOR que ce que suggéraient d'autres mesures du marché.
- **Juin 2008:** Risk Magazine rapporte des rumeurs selon lesquelles "les taux LIBOR ne reflètent pas encore les niveaux réels auquel les banques peuvent emprunter" .

2. Le marché à travers la crise de crédit

Retour à la base: Taux LIBOR et CDOR [3]

- **Avril 2010:** une recherche académique rapporte des évidences que le LIBOR ne reflète pas le vrai coût d'emprunt des banques (**voir C. Snider, T. Youle, "Est-ce que le LIBOR reflète les coûts d'emprunt des banques?", Document de travail SSRN, 2 avril 2010 <http://ssrn.com/abstract=1569603>**).
- **Juin 2012:** Risk Magazine rapporte que la Barclays a été sanctionnée d'une amende de 450 millions de dollars par la « Commodity Futures Trading Commission (CFTC) », ministère de la Justice (DOJ) et l'Autorité des Services Financier Britannique (FSA) pour avoir volontairement présenté des soumissions fausses, trompeuses et inexactes concernant le LIBOR et l'EURIBOR dans la période 2005-2009 (**voir P. Madigan, D. Wood, «procès de manipulation LIBOR pourrait coûter aux banques des dizaines de milliards », Risque, 28 juin 2012**).

2. Le marché à travers la crise de crédit

Retour à la base: Taux LIBOR et CDOR [4]

- **Juin 2012:** FSA a publié «The Wheatley review of LIBOR: final report » (http://cdn.hm-treasury.gov.uk/wheatley_review_libor_finalreport_280912.pdf) "Conservant inchangé le LIBOR dans son état actuel n'est pas une option viable, étant donné l'ampleur des faiblesses identifiées et la perte de crédibilité qu'il a subi".

Les réformes de Wheatley visant à renforcer le LIBOR comme benchmark évoluent autour de quatre thèmes principaux:

- ♦ La réforme du mécanisme de fixation du LIBOR
- ♦ L'introduction de nouvelles règles et lignes directrices pour les contributions au LIBOR
- ♦ Le renforcement de la gouvernance
- ♦ Modification du cadre réglementaire.

2. Le marché à travers la crise de crédit

Retour à la base: Taux LIBOR et CDOR [6]

Définition et mécanisme du taux CDOR

- Le Canadian Dealer Offered Rate (CDOR) sert d'indice de référence reconnu pour les acceptations bancaires (AB) d'une maturité d'un an ou moins
- Utilisé pour déterminer le prix de règlement final des contrats à terme BAX ainsi que dans le marché au comptant des dérivés lors du calculs d'instruments synthétiques comme les contrats de garanties de taux (FRAs) ou swaps.
- Le taux CDOR est déterminé à partir d'un sondage quotidien auprès de neuf mainteneurs de marché pour les acceptations bancaires (AB) :

Banque HSBC Canada	Marchés mondiaux CIBC
BMO Nesbitt Burns	RBC Dominion valeurs mobilières
Deutsche Bank	Scotia Capitaux Inc.
Financière Banque Nationale	Valeurs Mobilières TD Inc.

2. Le marché à travers la crise de crédit

Retour à la base: Taux LIBOR et CDOR [7]

- Le sondage quotidien sur les taux du marché monétaire est effectué à partir des cours acheteurs fournis par les participants au sondage.

La méthodologie du sondage est la suivante :

- Afin de minimiser toute distorsion dans les résultats, pour chaque maturité on exclut le taux le plus haut et le plus bas, puis on calcule une moyenne arithmétique à partir des taux restants.
- Le sondage est effectué à 10 h chaque jour ouvrable et les résultats sont diffusés sur la page CDOR du Service Monitor de Reuters vers 10 h 15.

2. Le marché à travers la crise de crédit

Retour à la base: Taux LIBOR et CDOR [8]

Le taux CDOR sous surveillance:

- L'Organisme Canadien de Réglementation du Commerce des Valeurs Mobilières (OCRCVM) a lancé un examen des pratiques actuelles parmi les participants au sondage sur le taux CDOR en 2012
- Le 10 janvier 2013 – L'OCRCVM a publié les résultats de son examen du taux CDOR.
- Les recommandations de l'OCRCVM concernent :
 - ◆ Des critères précis pour la participation au processus d'établissement du taux;
 - ◆ Une documentation plus explicite concernant la définition, la méthodologie de calcul et la transparence du taux CDOR;
 - ◆ Les attentes réglementaires documentées pour la surveillance de l'activité d'établissement du taux des participants et des moyens de contrôle pour éliminer les possibilités de manipulation.

2. Le marché à travers la crise de crédit

Faits saillants et revue des données de marché [1]

- Divergence entre les taux de dépôt et les taux de financement un jour (overnight)



Taux CDOR 3M vs le taux OIS 3M
Fév.. 2005- Fév.. 2013 (Source: Bloomberg)

2. Le marché à travers la crise de crédit

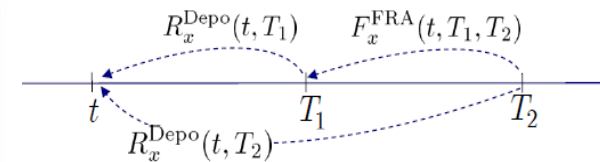
Faits saillants et revue des données de marché [2]

- Divergence entre les taux FRA et les taux à terme correspondants calculés implicitement à partir de taux de dépôt consécutifs

3 Month FRAs				6 Month FRAs			
	Ask	Bid	Time		Ask	Bid	Time
1) 1X4	0.273	0.223	02/08	13) 1X7	0.424	0.374	02/08
2) 2X5	0.293	0.243	02/08	14) 2X8	0.455	0.405	02/08
3) 3X6	0.311	0.261	02/08	15) 3X9	0.478	0.428	02/08
4) 4X7	0.325	0.275	02/08	16) 4X10	0.498	0.448	02/08
5) 5X8	0.345	0.295	02/08	17) 5X11	0.524	0.474	02/08
6) 6X9	0.366	0.316	02/08	18) 6X12	0.547	0.497	02/08
7) 7X10	0.386	0.336	02/08	19) 7X13	0.568	0.518	02/08
8) 8X11	0.412	0.362	02/08	20) 8X14	0.591	0.541	02/08
9) 9X12	0.431	0.381	02/08	21) 9X15	0.612	0.562	02/08
10) 10X13	0.450	0.400	02/08	22) 10X16	0.634	0.584	02/08
11) 11X14	0.469	0.419	02/08	23) 11X17	0.656	0.606	02/08
12) 12X15	0.490	0.440	02/08	24) 12X18	0.678	0.628	02/08
				25) 18X24	0.810	0.760	02/08
				26) 12X24	0.943	0.893	02/08

DEPOS EUR				1 Year			
Object	Ask	Bid	Time	Object	Ask	Bid	Time
1) O/N	0.07000	-0.03000	02/08	16) 11H	0.63000	0.43000	02/08
2) 1/N	0.07000	-0.03000	02/08	17) 1 Y	0.65000	0.45000	02/08
3) 1 W	0.10000		02/08				
4) 2 W	0.10000		02/08				
5) 3 W	0.10000		02/08				
6) 1 M	0.12000	0.02000	02/08				
7) 2 M	0.18000	0.08000	02/08				
8) 3 M	0.22000	0.12000	02/08				
9) 4 M	0.28000	0.18000	02/08				
10) 5 M	0.36000	0.26000	02/08				
11) 6 M	0.40000	0.20000	02/08				
12) 7 M	0.45000	0.25000	02/08				
13) 8 M	0.52000	0.32000	02/08				
14) 9 M	0.55000	0.35000	02/08				
15) 10M	0.60000	0.40000	02/08				

Tenor	Implied FRA rates	Market FRA rates	Difference in Bps
1X4	0.283%	0.248%	3.53
2X5	0.347%	0.268%	7.86
3X6	0.430%	0.286%	14.38
4X7	0.510%	0.300%	20.96
5X8	0.686%	0.320%	36.59
6X9	0.799%	0.341%	45.78
7X10	0.848%	0.361%	48.73
8X11	0.821%	0.387%	43.40
9X12	0.847%	0.406%	44.11
1X7	0.397%	0.40%	-0.24
2X8	0.517%	0.43%	8.66
3X9	0.590%	0.45%	13.67
4X10	0.679%	0.47%	20.65
5X11	0.754%	0.50%	25.52
6X12	0.799%	0.52%	27.68

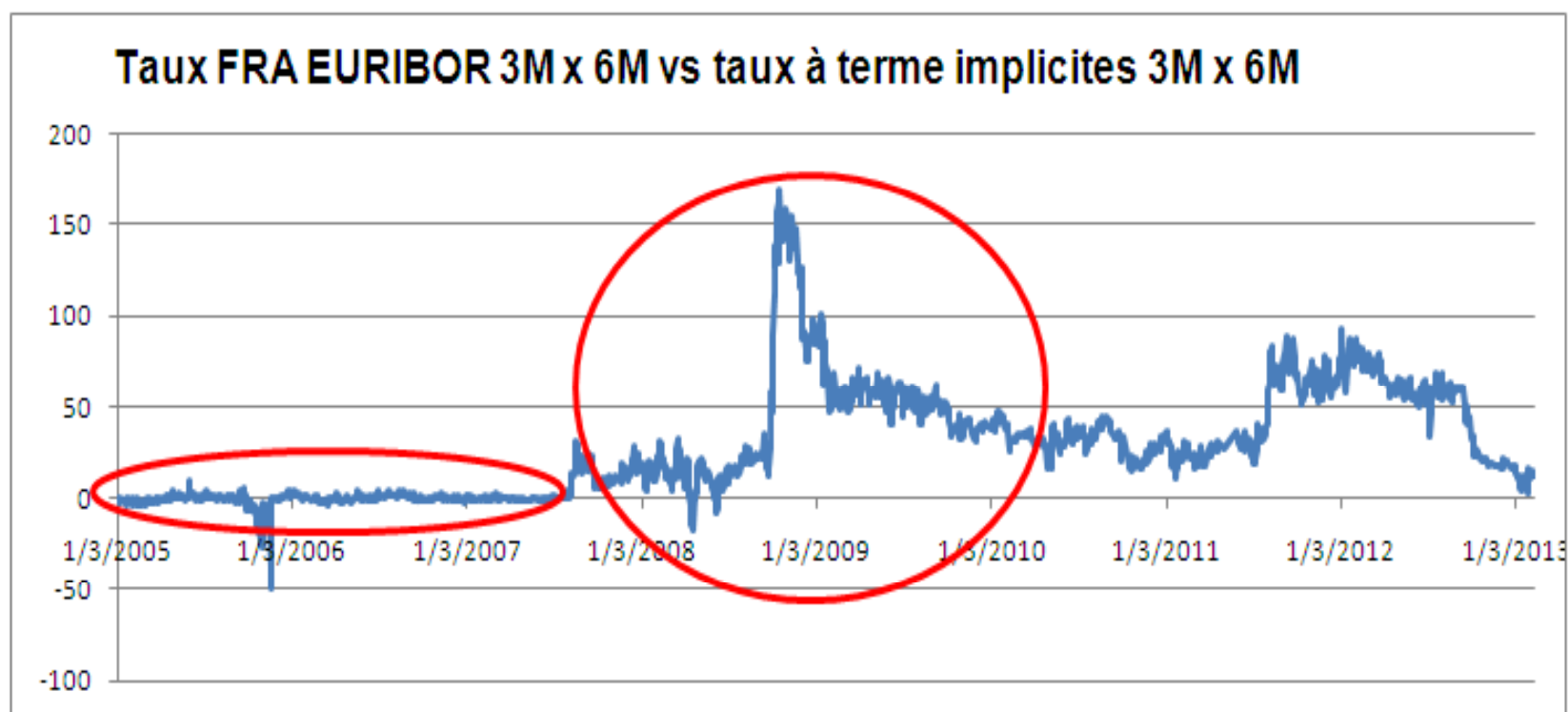


$$\frac{1}{1 + R_x^{\text{Depo}}(t, T_1)(T_1 - t)} \times \frac{1}{1 + F_x^{\text{FRA}}(t, T_1, T_2)(T_2 - T_1)} \neq \frac{1}{1 + R_y^{\text{Depo}}(t, T_2)(T_2 - t)}$$

Taux FRA vs Taux de dépôt EURIBOR à terme
Quottes en date du 8 Février 2013

2. Le marché à travers la crise de crédit

Faits saillants et revue des données de marché [3]



2. Le marché à travers la crise de crédit

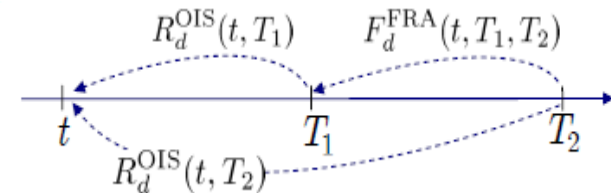
Faits saillants et revue des données de marché [4]

Term	Ask	Bid	Time	Term	Ask	Bid	Time
1) 1 Week	0.126	0.026	02/08	16) 15 Month	0.220	0.170	02/08
2) 2 Week	0.129	0.029	02/08	17) 18 Month	0.247	0.197	02/08
3) 3 Week	0.132	0.032	02/08	18) 21 Month	0.275	0.225	02/08
4) 1 Month	0.108	0.058	02/08	19) 2 Year	0.306	0.256	02/08
5) 2 Month	0.119	0.069	02/08	20) 3 Year	0.444	0.394	02/08
6) 3 Month	0.127	0.077	02/08	EONIA Forwards			
7) 4 Month	0.133	0.083	02/08	21) 1x2	0.129	0.079	02/08
8) 5 Month	0.140	0.090	02/08	22) 2x3	0.142	0.092	02/08
9) 6 Month	0.147	0.097	02/08	23) 1x4	0.140	0.090	02/08
10) 7 Month	0.155	0.105	02/08	24) 2x5	0.153	0.103	02/08
11) 8 Month	0.163	0.113	02/08	25) 3x6	0.167	0.117	02/08
12) 9 Month	0.171	0.121	02/08	26) 6x12	0.243	0.193	02/08
13) 10 Month	0.179	0.129	02/08				
14) 11 Month	0.188	0.138	02/08				
15) 12 Month	0.196	0.146	02/08				

ICAP Euro (ICAE) -> Current Monitor (GDCO 4963 10)

Day Count: ACT/360

Tenor	Implied FRA rates	Market FRA rates	Difference in Bps
1x2	0.105%	0.104%	0.10
2x3	0.118%	0.117%	0.10
1x4	0.116%	0.115%	0.13
2x5	0.129%	0.128%	0.10
3x6	0.142%	0.142%	0.00
6x12	0.220%	0.218%	0.19



$$\frac{1}{1 + R_d^{\text{OIS}}(t, T_1)(T_1 - t)} \times \frac{1}{1 + F_d^{\text{FRA}}(t, T_1, T_2)(T_2 - T_1)} = \frac{1}{1 + R_d^{\text{OIS}}(t, T_2)(T_2 - t)}$$

Taux FRA EONIA vs Taux OIS à terme implicite
Quottes en date du 8 Février 2013

2. Le marché à travers la crise de crédit

Faits saillants et revue des données de marché [5]

- Explosion des taux basis swaps (basés sur le LIBOR avec différents ténors)



2. Le marché à travers la crise de crédit

Risque de contrepartie et collatérale [1]

Mécanisme de collatéral: Marchés Organisés vs gré-à-gré		
	Marchés organisés	Marchés de gré-à-gré
Garanties	Toutes les transaction sont garanties	ca dépend de l'entente entre les contreparties
Instruments Financiers	Hautement standardisés	hautement personnalisés
Chambre de compensation	Chambre de compensation agit en tant que contrepartie et établit les règles de règlement et des appels de marge	interaction directe entre les contreparties
Règlement et exécution des appels de marge	Règlement et appels de marge quotidiens, collatéral en cash ou obligations hautement cotes (obligations gouvernementales)	Contrats les plus utilisées: - ISDA - CSA
Intérêt sur le collatéral	taux un jour	dépend de l'entente

2. Le marché à travers la crise de crédit

Risque de contrepartie et collatérale [2]

CSA bilatérale

- ◆ Entente bilatérale avec des obligations directes et gestion du collatéral régissant les transactions de gré à gré sous l'accord- cadre ISDA.

contrepartie centrale

- ◆ La CCPs réduit les risques de règlement par:
 - « Netting » des transactions entre différentes contreparties,
 - Exiger des dépôts de garantie
 - fournir une évaluation indépendante des transactions et du collatéral,
 - suivi de la solvabilité des firmes de compensation,
 - fournir un fonds garantie

2. Le marché à travers la crise de crédit

Changement de la courbe de taux sans risque: de LIBOR a OIS

A la fin de l'année fiscale 2010, certaines banque ont annoncé le passage à l'actualisation avec la courbe OIS:

- ◆ BNP: -108 MM EUR (Swaps de taux d'intérêt)
- ◆ Crédit Agricole: -120 MM EUR (Revenus fixes)
- ◆ Morgan Stanley: +176 MM USD (Dérivés sur taux d'intérêt)
- ◆ RBS: +127 MM GBP (non spécifié)
- ◆ UBS: +76 MM CHF (non spécifié)
- ◆ HSBC: non signifiant

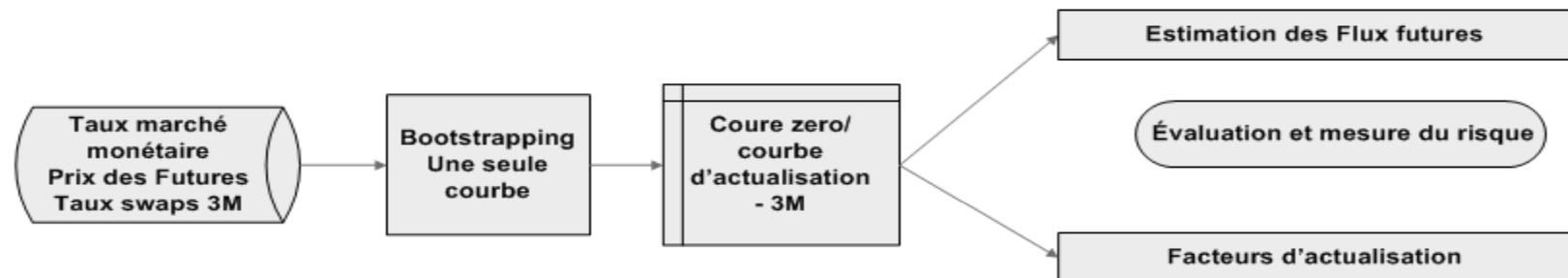
A la fin de l'année fiscale 2012, la plupart des banques canadienne ont mis en place un mécanisme de réserve pour prendre en considération cette nouvelle approche d'évaluation.

3. Changement dans le cadre d'évaluation des produits dérivés

Approche d'évaluation avant la crise

méthode typique d'évaluation des produits de taux d'intérêt - d'avant la crise

- Basée sur des écarts de crédit immatériels
- Même courbe utilisée à la fois pour la projection et l'actualisation des flux futurs dans la plupart des cas,
- Suppose que le taux LIBOR représente le taux auquel les banques peuvent se financer.
- La contrepartie interbancaire générique est dépourvue du risque de défaut



3. Changement dans le cadre d'évaluation des produits dérivés

Approche d'évaluation avant la crise (Transactions garanties) [1]

Deux approches de modélisation distinctes:

1. Modélisation de l'évolution conjointe des taux sans risque et le temps de défaut de la contrepartie
 - ♦ **Risque de taux d'intérêt** : Modéliser un seul taux stochastique sans risque,
 - ♦ **Risque de crédit** : Modéliser le risque de défaut du secteur bancaire et non une contrepartie spécifique, en tenant compte du fait que la composition du LIBOR n'est pas statique mais change à travers le temps, en fonction de la probabilité de défaut des banque contribuant à la composition du LIBOR (qui est elle-même stochastique!).
 - ♦ **Corrélations** : nous avons besoin d'une matrice de corrélation complexe avec la corrélation taux / crédit et crédit / crédit.
2. Modélisation de l'évolution conjointe de plusieurs taux distincts:
 - ♦ Introduire d'un modèle de taux d'intérêt généralisé où des courbes distinctes sont modélisées conjointement.

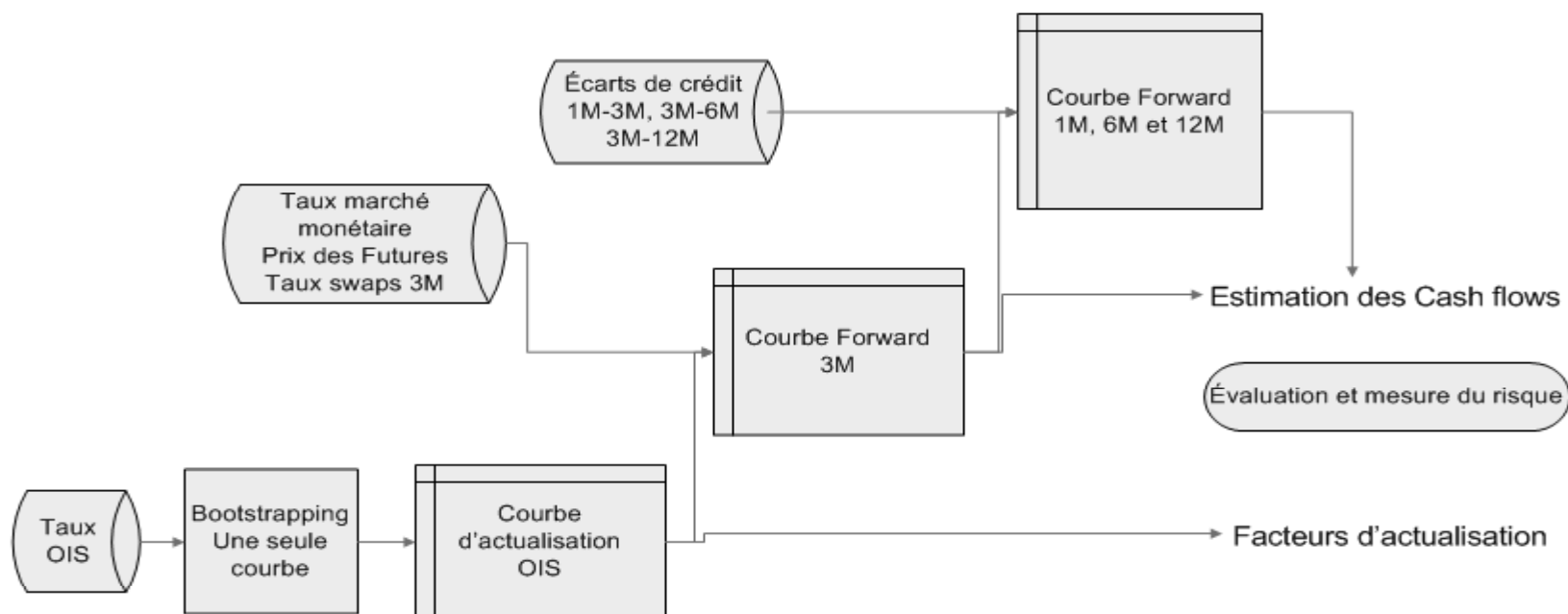
On va présenter la seconde méthode tel que décrite dans la littérature financière récente

3. Changement dans le cadre d'évaluation des produits dérivés

Approche d'évaluation après la crise (Transactions garanties) [2]

méthode typique d'évaluation des produits de taux d'intérêt - Après la crise

- Nécessite des courbes d'estimation et d'actualisation distinctes
- Nouvelle famille de courbes, une pour chaque sous-jacente /ténor
- Courbe d'actualisation doit tenir compte du coût de financement réel



3. Changement dans le cadre d'évaluation des produits dérivés

Approche d'évaluation après la crise (Transactions garanties) [3]

<p>Évaluation des FRAs</p>	$\mathbf{FRA}_{\text{Std}}(t; T_{i-1}, T_i, K, \omega) = N\omega P_d(t; T_i) \left[\tilde{F}_{x,i}(t) - K \right] \tau_x(T_{i-1}, T_i),$ $\tilde{R}_{x,\text{Std}}^{\text{FRA}}(t; \mathbf{T}) = \tilde{F}_{x,i}(t) := \mathbb{E}_t^{Q^D} [L_x(T_{i-1}, T_i)],$ $\mathbf{FRA}_{\text{Mkt}}(t; \mathbf{T}, K, \omega) = N\omega P_d(t; T_{i-1}) \left[1 - \frac{1 + \tau_x(T_{i-1}, T_i)K}{1 + \tau_x(T_{i-1}, T_i)\tilde{F}_{x,i}(t)} e^{C_x^{\text{FRA}}(t; T_{i-1})} \right],$ $\tilde{R}_{x,\text{Mkt}}^{\text{FRA}}(t; \mathbf{T}) = \frac{1}{\tau_x(T_{i-1}, T_i)} \left\{ \left[1 + \tau_x(T_{i-1}, T_i)\tilde{F}_{x,i}(t) \right] e^{C_x^{\text{FRA}}(t; T_{i-1})} - 1 \right\}.$ $C_x^{\text{FRA}} = -(\sigma_{1,2})^2 + \rho_{1,2}^D \sigma_{1,2}^D \sigma_{1,2}$
<p>Évaluation des swaps de taux d'interet</p>	$\mathbf{Swap}(t; \mathbf{T}, \mathbf{S}, K, \omega) = N\omega \left[\tilde{R}_x^{\text{Swap}}(t; \mathbf{T}, \mathbf{S}) - K \right] A_d(t, \mathbf{S}),$ $\tilde{R}_x^{\text{Swap}}(t; \mathbf{T}, \mathbf{S}) = \frac{\sum_{j=1}^m P_d(t, T_j) \tilde{F}_{x,j}(t) \tau_x(T_{j-1}, T_j)}{A_d(t, \mathbf{S})}.$ $A_d(t, \mathbf{S}) = \sum_{j=1}^m P_d(t, T_j) \tau(S_{j-1}, S_j)$

3. Changement dans le cadre d'évaluation des produits dérivés

Approche d'évaluation après la crise (Transactions garanties) [4]

Évaluation des caps/ Floors	$NP_d(t, T_i)\tau_x(T_{i-1}, T_i)\text{Black} \left[\tilde{F}_{x,i}(t), K, \tilde{v}_x(t; T_{i-1}), \omega \right]$
Évaluation des Swaptions	$NA_d(t, \mathbf{S})\text{Black} \left[\tilde{R}_x^{\text{Swap}}(t, \mathbf{T}, \mathbf{S}), K, \tilde{v}_x(t, \mathbf{T}, \mathbf{S}), \omega \right]$

3. Changement dans le cadre d'évaluation des produits dérivés

Approche d'évaluation après la crise (Transactions garanties) [5]

Considérons un actif $S(t)$ qui suit la dynamique suivante:

$$dS(t) / S(t) = \mu_S(t)dt + \sigma_S(t)dW(t)$$

Soit $V(t, S)$ un dérivé dont le sous-jacent est $S(t)$.

Soit $C(t)$ le collatéral (en espèces dans le compte de collatéral) détenu au temps t contre le dérivé

Pour répliquer le dérivé au temps t nous détenons $\Delta(t)$ unités de l'actif sous-jacent et $\gamma(t)$ en cash. Ainsi, la valeur du portefeuille de réplication $\Pi(t)$, est égale à:

$$\Pi(t) = \Delta(t)S(t) + \gamma(t)$$

Le montant cash est reparti comme suit:

- $C(t)$ comme collatéral
- $V(t) - C(t)$ doit être empruntés / prêtés sans garantie auprès du pupitre de financement
- $\Delta(t) S(t)$ est emprunté pour financer l'achat de $\Delta(t)$ unités de l'actif sous-jacent . Il est garanti par l'actif sous-jacent acheté
- L'actif sous-jacent paie un dividende

3. Changement dans le cadre d'évaluation des produits dérivés

Approche d'évaluation après la crise (Transactions garanties) [6]

La croissance des différents comptes cash est déterminée comme suit:

$$d\gamma(t) = \left[r_C(t)C(t) + r_F(t)(V(t) - C(t)) - r_R(t)\Delta(t)S(t) + r_D(t)\Delta(t)S(t) \right] dt$$

$r_C(t)$: est le taux d'intérêt payé sur le collatéral détenu $C(t)$. Il est généralement considéré comme taux sans risque

$r_F(t)$: le taux de financement non garantie paye sur $V(t) - C(t)$

$r_R(t)$: Le taux d'emprunt garantie par l'actif sous- jacent

$r_D(t)$: Le taux de dividende payé par l'actif sous- jacent

En utilisant le lemme d'Ito et après certains réarrangement on obtient la PDE suivante:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (r_R(t) - r_D(t)) \frac{\partial V}{\partial S} S + \frac{\sigma_S(t)^2}{2} S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} = r_F(t)V(t) - (r_F(t) - r_C(t))C(t)$$

3. Changement dans le cadre d'évaluation des produits dérivés

Approche d'évaluation après la crise (Transactions garanties) [7]

Dans la mesure dans la quelle l'actif croit au taux $r_R(t) - r_D(t)$ et suit la dynamique:

$$dS(t)/S(t) = (r_R(t) - r_D(t))dt + \sigma_S(t)dW_S(t)$$

La solution a la PDE serait:

$$V(t) = E_t \left(e^{-\int_t^T r_C(u)du} V(T) \right) - E_t \left(\int_t^T e^{-\int_t^u r_C(v)dv} (r_F(u) - r_C(u))(V(u) - C(u))du \right)$$

Soit $\beta = C/V$ le ratio de collatéralisation, la PDE devient :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (r_R - r_D) \frac{\partial V}{\partial S} S + \frac{\sigma^2 S^2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} = [(1 - \beta)r_F + \beta r_C]V$$

Finalement: $V_\beta = \exp(-((1 - \beta)r_F + \beta r_C - r_R)(T - t))BS(r_R)$

$BS(r_R)$ étant la valeur du dérivé selon le modèle standard de Black- Scholes

3. Changement dans le cadre d'évaluation des produits dérivés

Approche d'évaluation après la crise (Transactions non garanties) [1]

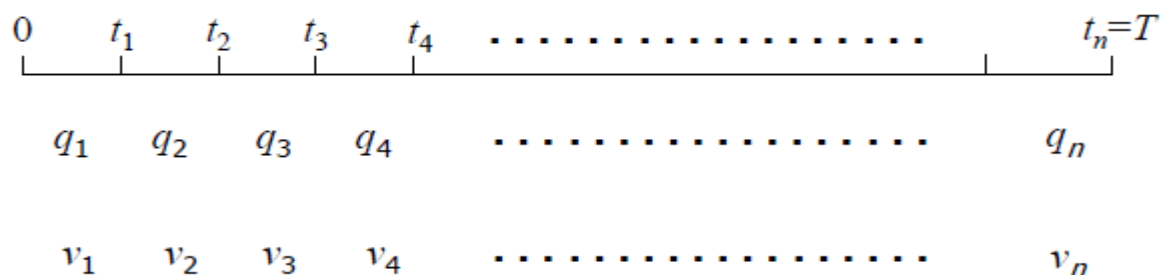
- La première étape dans la valorisation d'un portefeuille de produits dérivés avec une contrepartie est de calculer la valeur en supposant qu'aucune des parties ne sera en défaut
- Pour cela, il devrait utiliser le meilleur indicateur disponible pour le taux sans risque
- Ensuite, Il faut faire des ajustements CVA et DVA de la possibilité que le courtier ou la contrepartie face défaut
- Ceci s'applique aux portefeuilles garantis et non garantis
- Valeur d'un portefeuille de dérivés avec une contrepartie est égale à

Valeur Sans risque de défaut – CVA + DVA

3. Changement dans le cadre d'évaluation des produits dérivés

Approche d'évaluation après la crise (Transactions non garanties) [2]

- CVA: le coût d'un éventuel défaut d'une contrepartie:



$$CVA = (1 - R) \sum_{i=1}^n q_i v_i$$

- q_i : Probabilité de défaut entre t_{i-1} et t_i inférée des écarts de crédit
- v_i : valeur actuelle de l'exposition nette projetée au temps t_i calculée en utilisant la simulation Monte Carlo comme étant la valeur actuelle de la moyenne de l'exposition nette au temps de défaut t_i . Les trajectoires aléatoires sont choisies pour toutes les variables du marché sous-jacents aux instruments dérivés et l'exposition nette est calculée au point médian de chaque intervalle de temps
- R : taux de recouvrement

3. Changement dans le cadre d'évaluation des produits dérivés

Approche d'évaluation après la crise (Transactions non garanties) [3]

- DVA est le coût assumée par la contrepartie en cas de défaut du courtier/ banque
- Même approche de calcul que le CVA:
 - ♦ v_i : Exposition nette de la contrepartie au courtier/ banque
 - ♦ q_i : Probabilité de défaut du courtier/ banque

FVA et DVA

- Deux composant du DVA:
 - ♦ DVA1 : Gain possible suite au défaut sur les produits dérivés
 - ♦ DVA2 : Gain possible suite au défaut sur la dette
- FVA est égale à DVA2 sur la dette utilisée pour gérer le portefeuille de produits dérivés
- Ni FVA ni DVA2 sont pertinents pour l'évaluation des dérivés
 - ♦ Le taux d'actualisation d'un projet doit dépendre du degré de risque de celui ci, et non des coûts de son financement

4. Conclusion

- La crise nous a appris l'importance de trouver une meilleure approximation du taux sans risque
- Taux OIS semble être la meilleure approximation du taux sans risque
- Ajustements aux modèles d'évaluation des produits dérivés pour tenir compte de ce changement
- Le taux OIS devrait être utilisé comme taux d'actualisation pour tous les portefeuilles de dérivés, et pas seulement ceux qui sont garantis
- La valeur d'un portefeuille de dérivés est égale à sa valeur sans risque de défaut ajustée au CVA et au DVA
- Taux de financement et FVA ne sont pas pertinents pour l'évaluation des dérivés

5. Références Sélectionnées

1. **F. Ametrano, M. Bianchetti**, “*Bootstrapping the Illiquidity: Multiple Yield Curves Construction For Market Coherent Forward Rates Estimation*”
2. **M. Bianchetti**, “*Two Curves, One Price: Pricing & Hedging Interest Rate Derivatives Using Different Yield Curves for Discounting and Forwarding*”, Jan. 2009, SSRN working paper, <http://ssrn.com/abstract=1334356>.
3. **F. Mercurio**, “*Post Credit Crunch Interest Rates: Formulas and Market Models*”, Bloomberg, Jan. 2009, SSRN working paper, <http://ssrn.com/abstract=1332205>.
4. **F. Mercurio**, “*Libor Market Models with Stochastic Basis*”, Mar. 2010, SSRN working paper, <http://ssrn.com/abstract=1563685>.
5. **F. Mercurio**, “*Modern Libor Market Models: Using Different Curves for Projecting Rates and for Discounting*”, SSRN working paper, Jun. 2010, <http://ssrn.com/abstract=1621547>, and International Journal of Theoretical and Applied Finance, Vol. 13, No. 1, 2010, pp. 113-137.
6. **V. Piterbarg**, “*Funding beyond discounting: collateral agreements and derivatives pricing*”, Risk, Feb. 2010, http://www.risk.net/digital_assets/735/piterbarg.pdf.
7. **J. Hull, A. White** “*LIBOR vs. OIS: The Derivatives Discounting Dilemma*”, SSRN working paper, Jan 2013, <http://ssrn.com/abstract=2211800>



Questions